



OLIMPIADAS DE MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS
TALLER: DÉCIMO

1. Lógica

1. Desde hace varios meses hay una epidemia de dengue en Bajirá. Hace un mes el 10% de la población tenía la enfermedad y el 90% gozaba de buena salud. En el transcurso de este último mes, el 10% de las personas que estaban enfermas se curaron y el 10% de las personas que gozaban de buena salud se enfermaron. ¿Qué porcentaje de la población goza de buena salud en este momento?

- (a) 78 %
- (b) 81.01 %
- (c) 90 %
- (d) 82 %
- (e) 99 %

2. Un número se llama capicúa si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo 3223 es un número capicúa. Si $abcd$ representa un entero positivo de 4 dígitos tal que:

- Si realizamos $(abcd) + 1000 - 100 + 10 - 1$ obtenemos un número de 4 dígitos capicúa.
- Si sumamos sus dígitos obtenemos un número capicúa de dos dígitos.
- $(a + b)(d - c) = 77$.
- La multiplicación $a \times b \times c \times d$ no es nula.

entonces, podemos afirmar que $abcd$ es igual a

- (a) 9429
- (b) 7429
- (c) 4324
- (d) 1221
- (e) 8654

3. En una papelería hay un cartel que dice: "Fotocopias a \$70 pesos; desde 75 fotocopias en adelante, todas a \$50 pesos?? Un amigo mío dice que necesita fotocopiar un trabajo de 58 páginas pero no puede porque sólo tiene \$3850 pesos. Yo le respondo que sí puede y que además le sobra dinero. ¿Cuánto dinero le sobra a mi amigo?

- (a) 0
- (b) 100
- (c) 210
- (d) 800

(e) 950

4. Cuatro famosos futbolistas discuten sobre quién fue el autor del último gol que le dio el triunfo a uno de sus equipos.

- Falcao dice "Hugo es el autor del gol".
- Hugo dice "James es el autor del gol".
- James dice que Hugo mintió al decir que él ha sido el que ha metido el gol.
- Freddy dice que él no marcó el último gol.

Sabiendo que sólo uno de ellos dice la verdad, el autor del gol es:

- (a) Falcao
- (b) Hugo
- (c) James
- (d) Freddy
- (e) No se puede saber

2. Álgebra

5. Sabiendo que $x^2 + y^2 + 136 = 4(5y - 3x)$. ¿Cuál es el valor de $x+y$?

- (a) 10
- (b) 9
- (c) 7
- (d) 5
- (e) 4

6. Si tenemos que $a+1 = b+2 = c+3 = d+4 = a+b+c+d+5$; entonces el valor de $a + b + c + d$ es:

- (a) -5
- (b) $-\frac{10}{3}$
- (c) $-\frac{7}{3}$
- (d) $\frac{5}{3}$
- (e) 5

7. Si m, n son enteros positivos, $x = 10^n + 10^{n-1} + 10^{n-2} + \dots + 10^2 + 10 + 1$ y $y = 10^m + 10^{m-1} + 10^{m-2} + \dots + 10^2 + 10 + 1$. Entonces la suma de los dígitos del número $x + y$ es:

- (a) $n - m$
- (b) 0
- (c) $n + m$
- (d) $m + n + 2$
- (e) $2m + n + 2$

8. Los números a, b, c, d y e son positivos, además $a \times b = 2$, $b \times c = 3$, $c \times d = 4$ y $d \times e = 4$. El valor de $\frac{a}{e}$ es :

- (a) $1/4$
- (b) 1
- (c) $15/8$
- (d) $2/3$
- (e) 4

3. Combinatoria

9. De 130 niños que estaban en una fiesta, 75 comieron torta, 62 tomaron gaseosa y 72 comieron helado, 40 de ellos consumieron torta y gaseosa, 35 torta y helado, 25 gaseosa y helado, y veinte las tres cosas. Determine el número de niños que no consumieron nada.

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3
- (e) 4

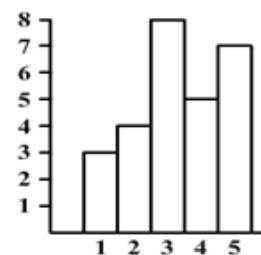
10. Un examen de opción múltiple está compuesto de cuatro preguntas, cada pregunta tiene cuatro respuestas posibles, de las que sólo una es correcta. Si un estudiante responde la prueba al azar, ¿de cuántas maneras puede elegir una respuesta a cada pregunta y tener al menos una respuesta correcta en su examen?

- (a) 175
- (b) 256
- (c) 81
- (d) 90
- (e) 243

11. Julian tiene 48 bolas de cristal, repartidas en tres montones A, B y C . Al jugar se dio cuenta que al pasar del montón A al montón B tantas bolas como hay en el B , y luego pasar del B al C tantas bolas como hay en el C , y, por último, al pasar del montón C al A tantas bolas como quedaban en el montón A , la cantidad de bolas en cada montón sería la misma. ¿Cuántas bolas había inicialmente en el montón A ?

- (a) 14
- (b) 16
- (c) 20
- (d) 22
- (e) 24

12. El diagrama de barras es la representación de los resultados de un examen efectuado a un grupo de estudiantes y calificado de 0 a 5.

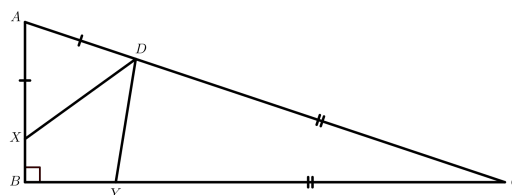


¿Cuál fue la nota promedio de los estudiantes que presentaron el examen?

- (a) 3
- (b) $\frac{10}{3}$
- (c) $\frac{11}{5}$
- (d) $\frac{17}{5}$
- (e) 4.5

4. Geometría

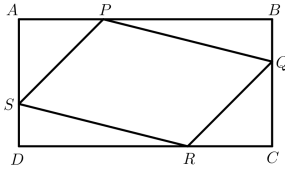
13. En el triángulo rectángulo ABC , $AX = AD$ y $CY = CD$.



La medida en grados del ángulo XDY es:

- (a) 20
- (b) 30
- (c) 40
- (d) 45
- (e) 50

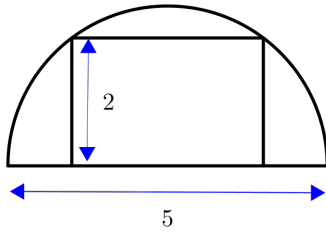
14. En la figura, los puntos P, Q, R y S dividen cada lado del rectángulo $ABCD$ en razón $1 : 2$.



¿Cuál es la razón entre el área del paralelogramo $PQRS$ y el área del rectángulo $ABCD$?

- (a) 2 : 5
- (b) 5 : 9
- (c) 12 : 5
- (d) 1 : 2
- (e) 2 : 6

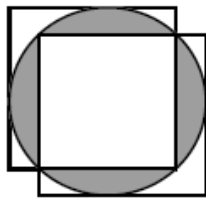
15. A continuación se muestra un rectángulo de altura 2 inscrito en un semicírculo de diámetro 5.



El área del rectángulo es igual a:

- (a) 13/2
- (b) 9/2
- (c) 11/2
- (d) 5
- (e) 6

16. Dos cuadrados del mismo tamaño cubren un círculo de radio 4 cm.



¿Cuál es el área sombreada, en cm^2 ?

- (a) $\frac{16\pi}{5}$
- (b) $\frac{16\pi}{3}$
- (c) $8(2\pi - 4)$
- (d) $16(\pi - 3)$
- (e) $9(\pi - 1)$

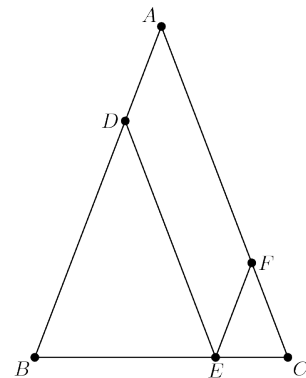
5. Preguntas abiertas

17. (Lógica) Ana, Beto, Carmen, Daniel, Edgar y Francy tiraron un dado cada uno. Todos obtuvieron números distintos. El número que Ana obtuvo es el doble del de Beto. El número que Ana obtuvo es el triple del de Carmen. El número que Daniel obtuvo es cuatro veces el de Edgar. ¿Que número obtuvo Francy?

18. (Álgebra) Sean x, y y z números reales tales que $x + y + z = 34$ y $x + 2y + 3z = 46$. ¿Cuál es el valor de $x + 3y + 5z$?

19. (Combinatoria) En un torneo de ajedrez participaron 30 concursantes que fueron divididos, de acuerdo con su categoría, en dos grupos. En cada grupo los participantes jugaron una partida contra todos los demás. En total se jugaron 87 partidas más en el segundo grupo que en el primero. El número de jugadores en el segundo grupo es:

20. (Geometría) En el triángulo $\triangle ABC$, $AB = AC = 28$ y $BC = 20$. Los puntos D, E y F están sobre los lados \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{AC} respectivamente, tal que \overline{DE} y \overline{EF} son paralelas a \overline{AC} y \overline{AB} , respectivamente.



¿Cuál es el perímetro del paralelogramo $ADEF$?