

## Taller Resolviendo ecuaciones

1. Si  $x - y = 2$  y  $x^2 - y^2 = 8$ . ¿Cuál es el valor de  $2x - 6y$ ?

2. Si  $x + \frac{1}{x} = 5$ . ¿Cuál es el valor de  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ?

3. Si  $x + \frac{1}{x} = 5$ . ¿Cuál es el valor de  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ?

4. Si  $xy = 4$  y  $x^2 - y^2 = 9$ . ¿Cuál es el valor de  $\frac{2x}{y} - \frac{2y}{x}$ ?

5. Encuentre todas las soluciones reales de la ecuación

$$x^2 - 5x + 2\sqrt{x^2 - 5x + 3} = 12$$

6. Supongamos que  $a, b, c$  y  $d$  son enteros positivos tales que  $a^5 = b^4$ ,  $c^3 = d^2$ , y  $c - a = 19$ . Determine  $d - b$ .

7. Supongamos que  $x$  y  $y$  son números reales no negativos tales que  $x^2 + y^2 = 5$  y  $xy = 7$ . Determine  $x + y$ .

8. Supongamos que  $x$  y  $y$  son dos números reales tales que  $xy = 6$  y  $x^2y + xy^2 + x + y = 63$ . Encuentre  $x^2 + y^2$ .

9. Si  $x, y$  y  $z$  son enteros positivos tales que  $xy = 24$ ,  $xz = 48$ , and  $yz = 72$ , Encuentre el valor de  $x + y + z$ .

10. Determine las parejas  $(x, y)$  de números reales que satisfacen las ecuaciones  $x + xy + y = -9$  y  $x^2 + y^2 = 17$ .

11. Si  $x$  y  $y$  son enteros tales que

$$x^2y + xy^2 = 70$$

$$xy + x + y = 17$$

Encuentre el valor de  $x^2 + y^2$ .

12. Sea  $a + 1 = b + 2 = c + 3 = d + 4 = a + b + c + d + 5$ . Encuentre el valor de  $a + b + c + d$ .

13. Si  $\frac{a + 3b}{a - 3b} = 7$ , entonces el valor de  $\frac{a + 2b}{a - 2b}$  es:

14. Sean  $a$  y  $b$  números reales distintos que satisfacen que

$$\frac{a}{b} + \frac{a + 3b}{b + 3a} = 2$$

Encuentre  $a/b$ .

15. Resolver el sistema

$$x^2 + y = 3/4$$

$$x + y^2 = 3/4$$

16. Supongamos que  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números distintos y

$$a^2 - bc = 7 \quad b^2 + ac = 7 \quad c^2 + ab = 7 \quad \text{encuentre } a^2 + b^2 + c^2$$

17. Si  $x^2 + xy + y^2 = 84$  y  $x - \sqrt{xy} + y = 6$ . Encuentre el valor de  $xy$ .

18. ¿Cuántas tripletas  $(x, y, z)$  de números racionales satisfacen el sistema de ecuaciones?

$$x + y + z = 0$$

$$xyz + z = 0$$

$$xy + yz + xz + y = 0.$$

19. Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  enteros positivos que satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones

$$7a^2 - 3b^2 + 4c^2 = 8$$

$$16a^2 - 7b^2 + 9c^2 = -3$$

Encuentre  $a^2 + b^2 + c^2$

20. Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  números reales tales que  $a + b + c = 5$  y  $\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} = 6$ . ¿Cuál es el valor  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$ ?

Olimpiadas de Matemáticas