

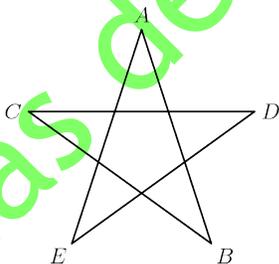
Taller Nivel III

1. Cuántos números enteros positivos n satisfacen la siguiente condición:

$$(130n)^{50} > n^{100} > 2^{200}$$

- a) 0 b) 7 c) 12 d) 64 e) 125

2. En la estrella de cinco lados se muestran las cartas A, B, C, D y E , y son reemplazadas por los números 3, 5, 6, 7 y 9, aunque no necesariamente en ese orden. Las sumas de los números en los extremos de los segmentos de línea $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{AE}$ forman una secuencia aritmética, aunque no necesariamente en ese orden. ¿Cuál es el término medio de la secuencia aritmética?



- a) 9 b) 10 c) 11 d) 12 e) 13

3. Jonh y Mike se encuentran separados una distancia de 13 millas. Ayer, Jonh comenzó a montar su bicicleta hacia la casa de Mike. Un poco más tarde Mike comenzó a montar su bicicleta hacia la casa de Jonh. Cuando se encontraron, Jonh había montado por el doble de tiempo que Mike y cuatro quintos de la distancia de Mike. ¿Cuántas millas había montado Mike cuando se encontraron?

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

4. Dos es el 10% de x y el 20% de y . ¿Cuánto es $x - y$?

- a) 1 b) 2 c) 5 d) 10 e) 20

5. Las ecuaciones $2x + 7 = 3$ y $bx - 10 = -2$ tienen la misma solución. ¿Cuál es el valor de b ?

- a) -8 b) -4 c) 2 d) 4 e) 8

6. Un rectángulo con diagonal x es el doble de largo que ancho. ¿Cuál es el área del rectángulo?

- a) $\frac{1}{4}x^2$ b) $\frac{2}{5}x^2$ c) $\frac{1}{2}x^2$ d) x^2 e) $\frac{3}{2}x^2$

7. Una tienda normalmente vende ventanas a 100 pesos cada uno. Esta semana la tienda ofrece una ventana gratis por cada compra de cuatro. Dave necesita siete ventanas y Doug necesita ocho ventanas. ¿Cuánto se ahorrarán si compran las ventanas juntas en lugar de por separado?

- a) 100 b) 200 c) 300 d) 400 e) 500

8. El promedio de 20 números es 30, y el promedio de otros 30 números es 20. ¿Cuál es el promedio de todos los 50 números?

- a) 23 b) 24 c) 25 d) 26 e) 27

9. Si A , M y C son dígitos y $(100A + 10M + C)(A + M + C) = 2005$ ¿Cuál es el valor de A ?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

10. Hay dos valores de a para los cuales la ecuación $4x^2 + ax + 8x + 9 = 0$ solo tiene una solución para x . ¿Cuál es la suma de estos valores de a ?

- a) -16 b) -8 c) 0 d) 8 e) 20

11. ¿Cuántos números de tres dígitos satisfacen la propiedad de que el dígito medio es el promedio de los dígitos primero y último?

- a) 41 b) 42 c) 43 d) 44 e) 45

12. Una línea pasa a través del $A(1, 1)$ y $B(100, 1000)$. ¿Cuántos otros puntos con coordenadas enteras están en la línea y estrictamente entre A y B ?

- a) 0 b) 2 c) 3 d) 8 e) 9

13. Un odómetro de coche defectuoso pasa del dígito 3 al dígito 5, saltando siempre el dígito 4, independientemente de la posición. Si el odómetro ahora lee 002005, ¿cuántas millas ha viajado realmente el auto?

- a) 1404 b) 1462 c) 1604 d) 1605 e) 1804

14. ¿Cuántas ternas ordenadas de números enteros a, b, c , con $A \geq 2$, $B \geq 1$ y $C \geq 0$, satisfacen las ecuaciones $\log_a b = c^{2005}$ y $a + b + c = 2005$?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

15. Una caja rectangular P está inscrita en una esfera de radio R . El área superficial de P es 384, y la suma de las longitudes de sus 12 bordes es 112. ¿Cuál es el valor de R ?

- a) 12 b) 14 c) 16 d) 8 e) 10

16. Dos números distintos a y b se eligen aleatoriamente del conjunto $\{2, 2^2, 2^3, \dots, 2^{25}\}$.
¿Cuál es la probabilidad de que $\text{Log}_a b$ sea un entero?

- a) $\frac{2}{25}$ b) $\frac{31}{300}$ c) $\frac{13}{100}$ d) $\frac{7}{50}$ e) $\frac{1}{2}$

17. Sea $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$. ¿Para cuántos polinomios $Q(x)$ existe un polinomio $R(x)$ de grado 3 tal que $P(Q(x)) = P(x)R(x)$?

- a) 19 b) 22 c) 24 d) 27 e) 32

18. Sea S el conjunto de todos los puntos con coordenadas (x, y, z) , donde x, y y z son elegidos del conjunto $\{0, 1, 2\}$. ¿Cuántos triángulos equiláteros tienen todos sus vértices en S ?

- a) 72 b) 76 c) 80 d) 84 e) 88

19. ¿Para cuántos enteros t la fracción

$$\frac{1020}{t^2 - 5}$$

es un entero positivo?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

20. Si $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$ entonces n es igual a:

- a) 13 b) 14 c) 15 d) 16 e) 17